Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

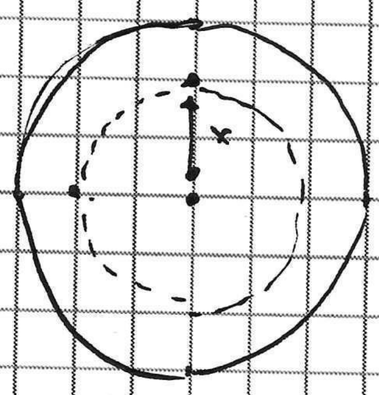
Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 5

№3. (начало)

Рассмотрим астероид. Это однородный шар радиуса R. Исследуем, как будет изменяться F гр притяжения ракеты внутри астероида.



Пусть ракета находится на расстоянии x от центра астероида. Рассмотрим на ракету силу тяготения.

$F_{гр-т} = \frac{G m_р \cdot m_1}{x^2}$, где $m_р$ – масса ракеты, m_1 – эфф. масса вещества, притянутая внутри планеты на тело действует только та часть шара, расстояние от центра до нее $\leq x$, т.е внутр. часть сферы радиусом x. Введем ρ ср-нз астероида. тогда $m_1 = V_р = \frac{4}{3}\pi x^3 \rho$ =>

$F_{гр-т} = G \frac{m_р}{x^2} \cdot \frac{4}{3}\pi x^3 \rho = \frac{4}{3} G m_р \pi \rho x$

$dE_{потенц} = F_{гр-т}\, dx$.

$dE_{пот_1} = \frac{4}{3} G m_р \pi \rho x\, dx$

найдем $E_{пот}$ при движении внутри астероида.

$E_{пот_1} = \int_{R/2}^{R} \frac{4}{3} G m_р \pi \rho x\, dx = \frac{4}{3} G m_р \pi \rho \int_{R/2}^{R} x\, dx = \frac{4}{3} G m_р \pi \rho \left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right) =$

$E_{пот_2} = G m_р \pi \rho R^2$ теперь проанализируем часть ответа, предшествующую после выхода из астероида. Здесь уже на ракету действует постоянная масса

$m_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№5 (продолжение 3 стр)

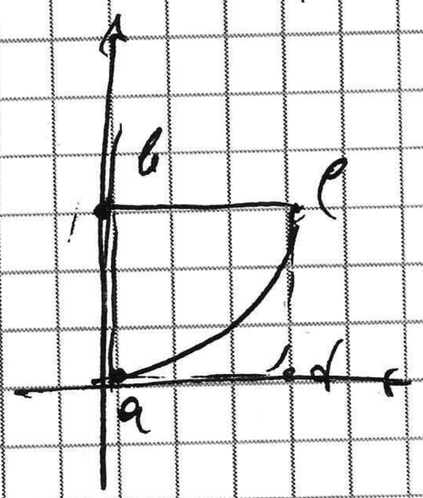
Поймём, какое η нам может быть.

$$\eta = \frac{\pi(k-1)}{2(3+5k)} \quad - \text{зав-ть от } k, \text{ вершины пр-ю пок.:}$$

$$\eta'(k) = \frac{\pi}{2}\left(\frac{(k-1)}{(3+5k)}\right)' = \frac{\pi}{2}\left(\frac{(k-1)'(3+5k) - (3+5k)'(k-1)}{(3+5k)^2}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{1\cdot(3+5k) - 5(k-1)}{(3+5k)^2}\right) = \frac{\pi}{2}\frac{5k+3-5k+1}{(3+5k)^2} = \frac{\pi}{2}\frac{4}{(3+5k)^2}$$

т.е. вне зав-ти от k пр-я всегда >0, но нельзя ограничиться формулой η т.к. тогда сложится неверное представление о пр-ти η, поэтому т. $\theta \to (0;0)$ (можно её, конечно, тоже включить.)



Тогда, в процессе 1 $\exists$ $A_1 < A_2 < A_3$ формально

Точнее, $A_n = p_1 V_1$ (т.к. ΔV на уч-ке a-b $\ll A_2$, т.к. $\Delta V \ll 1$)

$$A A_3 = \frac{\pi}{4} p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_{max} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}7854$$

Ответ: $\eta_{завода} = \frac{4}{\pi}\eta \approx 1{,}27\,\eta$

$\eta_{засол} = \frac{4-\pi}{\pi}\eta \approx 0{,}27\,\eta.$

$\eta_{max} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785.$

№2 (начертить) Рассмотрим сам сосуд:

1) чтоб вся система была в одном сечении.

Тогда при удалении Δm воды угол θ уйдет $= 0$

$\Rightarrow$ $m - \Delta m = \frac{1}{2}m \Rightarrow \Delta m = \frac{1}{2}m = 0$ $m = 20\,м = 7{,}4\,гр$, или $\nu_{H_2O} = 0{,}39$ моль.

2) Изначально $\varphi_{пара} = 100\%$ и часть воды в сосуде сконденсировано:

тогда, т.к. при удалении Δm воды давление упало в 2 раза, то

olymp.bmstu.ru

Вариант задания 1

№3 (пр-е 2 стр)

Чтобы необходимо найти $E_{пот_2} = \int_R^{\frac{3R}{2}} F_{пот}\, dx$.

$F_{пот} = \frac{G m_2 m_p}{x^2} \Rightarrow E_{пот_2} = \int_R^{\frac{3R}{2}} \frac{G m_p m_2}{x^2} = G m_p m_2 \int_R^{\frac{3R}{2}} \frac{1}{x^2} =$

$E_{пот_2} = \frac{G m_p m_2}{3R} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho\, G m_p \cdot \frac{1}{3R} = \frac{4}{9}\pi G \rho m_p R^2$.

Получили, что $E_{пот} = E_{пот_1} + E_{пот_2} = \pi G \rho m_p R^2 \left(1 + \frac{4}{9}\right) = \frac{13}{9}\pi G \rho m_p R^2$.

Посмотрим на V_1

$V_1 = \sqrt{\frac{G m_2}{R}} = \sqrt{\frac{G \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R}} = \sqrt{\frac{4}{3} G \pi R^2 \rho} \Rightarrow G \pi R^2 \rho = \frac{3}{4} V_1^2$, подставим в $E_{пот}$, получим $E_{пот} = \frac{13}{9} m_p \cdot \frac{3}{4} V_1^2 = \frac{13}{12} V_1^2 m_p$

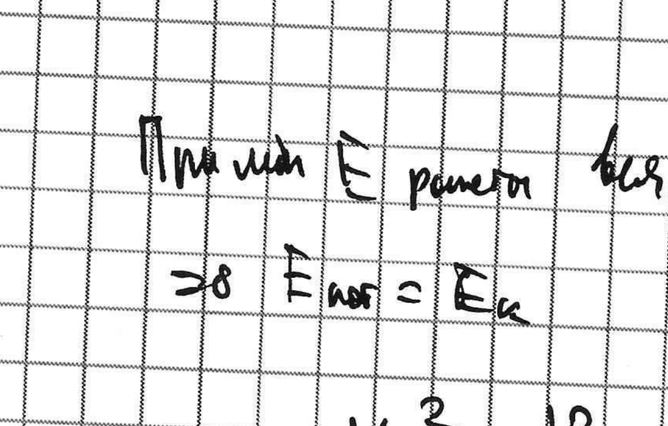
При этом E ракеты для $E_к$, получ. телом при выполнении перехода в $E_{пот} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{пот} = E_к \quad E_к = \frac{m_p V_2^2}{2} \Rightarrow E_{пот} = \frac{13}{12} V_1^2 m_p = \frac{V_2^2}{2} \cdot m_p \Rightarrow$

$\Rightarrow V_2^2 = \frac{13}{6} V_1^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{13}{6}}\, V_1 \approx 530$ м/с.

Ответ: $V_2 \approx 530$ м/с.

№4. Посмотрим на движение тела.



Пусть при падении $V_к$ имеет угол с вертикалью $= \beta$. Нарисуем треугольник скоростей и проанализируем его:

$A_{3.обр}$: q-б: в процессе q-б V растет, p $T \to$ $T \uparrow \Rightarrow \Delta U \uparrow$.

$A_{3_{q-б}} = \Delta U + A' = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2}(p_б V_б - p_q V_q) = \frac{3}{2} p_q V_q (k-1)$

б-с: $A' = (p_б)(V_c - V_б) = k p_q (k-1) V_q = p_q V_q (q-1) q$.

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p_q V_q (q-1) q$

с-q — при этом $T_c > T_q \Rightarrow$ это охлаждение, здесь отд. работа отриц-на. $\Rightarrow A_3 = A_{qб} + A_{бc} =$

$V \downarrow p \downarrow$

$= p_q V_q \left(\frac{3}{2}(k-1) + \frac{3}{2}(k-1)k + k(k-1) \right) =$

$= p_q V_q (k-1)\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}k\right) = \frac{p_q V_q}{2}(k-1)(3+5k)$.

тогда $\eta = \frac{\frac{\pi}{4}(k-1)^2 p_q V_q}{\frac{p_q V_q}{2}(k-1)(3+5k)} = \frac{\pi (k-1)}{2(3+5k)}$.

Осталось проанализировать аведа и асда.

A_3 на этих участках графики такие-же, как и у авед, т.к. начало, конец цикла об. т. q и т. c, (одинаковых) поэтому нужно найти только $A_п$ на аведа и на асда.

аведа: $A_п = (k+1)^2 \cdot p_q V_q$.

асда: $A_п = A_{п\,аведа} - A_{п\,аведа} =$

$= (k+1)^2 p_q V_q - \frac{\pi}{4}(k-1)^2 p_q V_q =$

$= \left(\frac{4-\pi}{4}\right) p_q V_q (k+1)^2$.

Получили систему:

$$\begin{cases} \eta = \frac{\pi(k-1)}{2(3+5k)} \\ \eta_{аведа} = \frac{2(k-1)}{(3+5k)} \\ \eta_{асда} = \frac{\left(\frac{4-\pi}{4}\right)(k+1)^2}{\frac{1}{2}(k-1)(3+5k)} = \frac{4-\pi}{2}\frac{(k+1)}{(3+5k)} \end{cases}$$

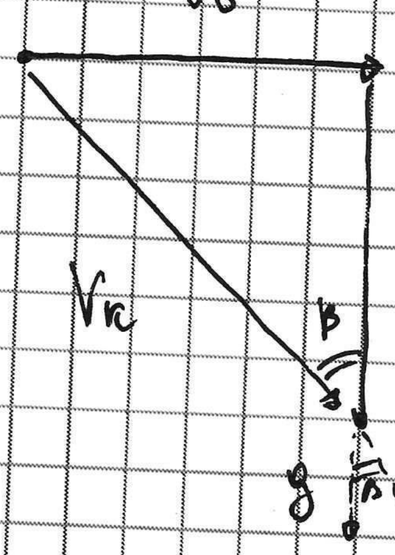
Чей сильнее:

1) $\frac{\eta_{асда}}{\eta} = \frac{4-\pi}{2} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{4-\pi}{\pi} \Rightarrow \eta_{асда} = \eta \frac{4-\pi}{\pi}$.

2) $\frac{\eta_{аведа}}{\eta} = \frac{4}{\pi} \Rightarrow \eta_{аведа} = \frac{4}{\pi}\eta$.

olymp.bmstu.ru

№1 (Продолжение 2 стр)



Из рисунка следует, что:

$\frac{V_0}{V_к} = \sin\beta$.

Поймём, что также $a_{тан\,ср}$ и $a_{тан\,к.м.}$ в конечной точке $a_{тан} = g\cos\beta$ (как ур-я относительно ускорения на кое-каком)

$$a_{тан\,ср} = \frac{\Delta V}{t} = \frac{(V_к - V_0)}{t}$$

$$V_к - V_0 = \frac{V_0}{\sin\beta} - V_0 = V_0\left(\frac{1-\sin\beta}{\sin\beta}\right)$$

при этом, из ∆ скорости можно выразить, что $tg\beta = \frac{V_0}{gt} \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{V_0}{g\,tg\beta}, \Rightarrow a_{тан_{ср}} = \frac{V_0 \cdot \left(\frac{1-\sin\beta}{\cos\beta}\right)}{V_0} \cdot g\,tg\beta = g\frac{1-\sin\beta}{\cos\beta}.$$

получили, что $a_{тан.ср} = g\frac{1-\sin\beta}{\cos\beta}$

$a_{тан_к} = g\cos\beta$, при этом $\frac{3}{4}a_{тан_к} = a_{тан_{ср}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1-\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{3}{4}\cos\beta$$

$$4 - 4\sin\beta = 3\cos^2\beta = 3 - 3\sin^2\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\sin^2\beta - 4\sin\beta + 1 = 0 \qquad D = 16 - 4\cdot 3 = 4 = 2^2$$

$$\sin\beta = \frac{4 \pm 2}{6}$$, получаем, что $\sin\beta = \begin{cases} \sin\beta_1 = 1 \\ \sin\beta_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

$\sin\beta = 1$ если $\beta = 90°$, что невозможно, т.к. [illegible] движения не было $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{1}{3}.$$

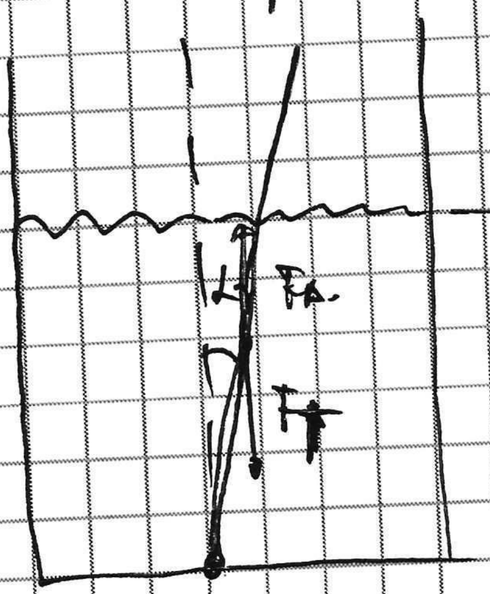
⇒ труба начнет свое вращение. №4 (продолжение 2 стр)

рассмотрим момент, когда труба только начнет вертикально: т.е она отклонена на $\angle\alpha \ll 1$ рад. угол b

зад. момент вода готовится до l_x.

т.к. $\alpha \ll 1 \Rightarrow$

длина части реки $\approx l_x$.



для равновесия должно $M_{FA} \geq M_{FT}$.

$$M_{FA} = g m_d \cdot \frac{l_x}{2} \rho l_x S = \frac{g m_d \cdot \rho l_x^2 S}{2}.$$

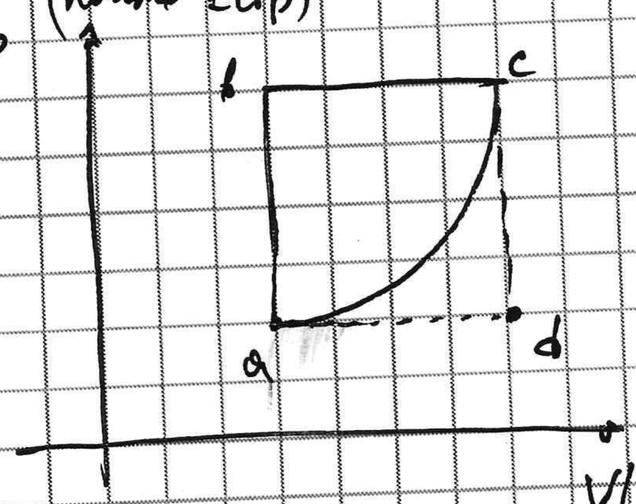
$$M_{FT} = g m_d \cdot \rho \frac{l}{2} l S \cdot \frac{35}{26} l \cdot \frac{30}{5} m = 10{,}5\, m l = 10{,}5 \rho l S$$

$$M_{FA} \geq M_{FT} \Rightarrow \frac{\rho l_x^2 S}{2} \geq \rho l^2 S \cdot \frac{21}{2}$$

$$l_x^2 \geq l^2 \cdot 21 \Rightarrow l_x \geq \sqrt{21}\, l \approx 4{,}6\, l.$$

Ответ $l_{min} = 4{,}6\, l$.

№5. Рассмотрим график цикла: (начало $L_{ср}$)



пусть в т. a $p = p_a$, $V = V_a$.

Уравнение $p_a = p_I$

Т.к. ab - функция p_V, то

$$\frac{V_c - V_b}{V_0} = \frac{p_a - p_b}{p_0}$$ тогда,

пусть $p_b = k p_a$, тогда $V_c = k V_b$.

тогда, во всех точках: $p_a = p_a$ $p_b = k p_a$ $p_c = k p_a$ $p_d = p_a$

$V_a = V_a$ $V_b = V_a$ $V_c = k V_a$ $V_d = k V_a$ | = в том все

вернемся через точку a. через которую цикл должен совер.

$\eta = \frac{A_n}{A_з}$.

A_n = площадь трапеции $= \frac{\pi}{4} R (k-1)^2 \cdot p_a V_a$.

найдем $A_з$.

olymp.bmstu.ru

№1 (продолжение 3ей)

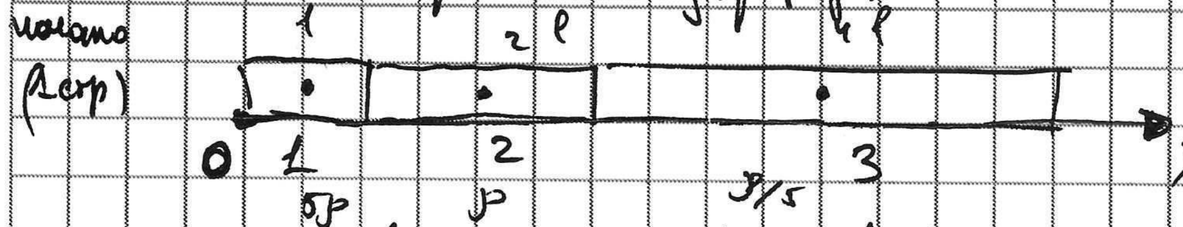
Найдем, когда $\beta < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_0}{V_к} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gH}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3V_0 = \sqrt{V_0^2 + 2gH} \Rightarrow$

$V_к = \sqrt{V_0^2 + 2gH}$

$\Rightarrow V_0^2 = gH \Rightarrow V_0 = \sqrt{gH} = 20$ м/с.

Ответ: $V_0 = 20$ м/с.

№4. Рассмотрим конструкцию:



левый край. $x_1 = \frac{1}{2}\ell$

$m_1 = 5\rho\ell S$

пусть $\rho\ell S = m$, тогда

$m_1 = 5m$

$m_2 = 2m$

$m_3 = \frac{4}{5}m$.

найдем ее ц.м. справа.

начальная масса однородна. Вырежем 300. Оставш

$x_2 = 2\ell$ $\quad x_3 = 5\ell$

$m_2 = 2\rho\ell S$ $\quad m_3 = \frac{4}{5}\rho\ell S$.

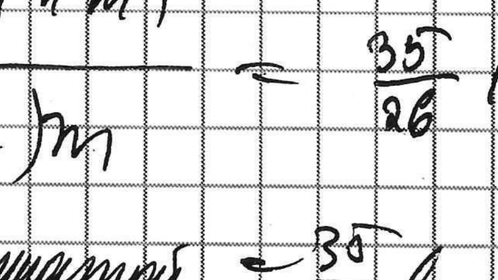
Найдем x ц.м. сист. $x_{цм\,сист} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{x_1 + x_2 + x_3} =$

$= \frac{\frac{5}{2}m\ell + 4m\ell + 4m\ell}{\left(5 + 2 + \frac{4}{5}\right)m} = \frac{35}{26}\ell.$

Нашли, что ц.м. системы находится точке с координатой $\frac{35}{26}\ell$.

Будем процесс "вертикализации" трубы. Равнодействующая сил упругости должна быть направлена по нити подвеса, и сами посмотреть на наш объект, то нить и не может $F_{н\,max} = \rho \cdot 7\ell S g = 7mg$

$T = \left(7 + \frac{4}{5}\right)mg > 2mg$, но рассмотрим уровни



натяжения отн. т. А левого края трубы

$x_{T_A} = \frac{1}{2} \cdot 7\ell = \frac{7}{2}\ell$. $M_{T_A} = \frac{7}{2} \cdot 7mg\ell = 24{,}5mg\ell$

$x_{mg} = \frac{20}{26}\ell$. $M_{T} = \frac{28}{5} \cdot \frac{35}{26}\ell mg =$

$= 10{,}5mg\ell$

$M_{F_A} - M_{F_T} = 14mg\ell$ — значит $F_A > F_T = 0$

№2 (продолжение (2 стр)) тогда в начале сосуда испарилась вся вода, первая $\varphi_н = 50\%$.

Уравнение сост-ия

$$\begin{cases} p_н V = \frac{m_{исп}}{\mu} RT \\ p_н \frac{1}{2} V = \frac{m_{общ} - \Delta m}{\mu} RT \end{cases} \Bigg| \Rightarrow 0 \qquad \frac{m_{исп}}{m_{общ} - \Delta m} = \frac{2}{1} = 2$$

$\Rightarrow 2 m_{общ} - 2\Delta m = m_{исп}$. Получили такое соотношение. При испарении $m_{общ}$ $m_{исп}$ наш невозможно найти начальное кол-во воды, так как 2 неизвестных в $m_{общ}$ и $m_{исп}$. Получаем, что

$$\begin{cases} m_{кон} = 0 \\ m_{общ} = 7{,}1 \text{ гр или } \nu_{H_2O} = 0{,}39 \text{ моль} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{кон} > 0 \\ \text{не хватает данных, но сведем формулу через T:} \end{cases}$$

$$m_{исп} = \frac{p_0 V \mu}{RT} \Rightarrow 2 m_{общ} = m_{исп} + \Delta m = 2\Delta m + \frac{p_0 V \mu}{RT} \Rightarrow$$

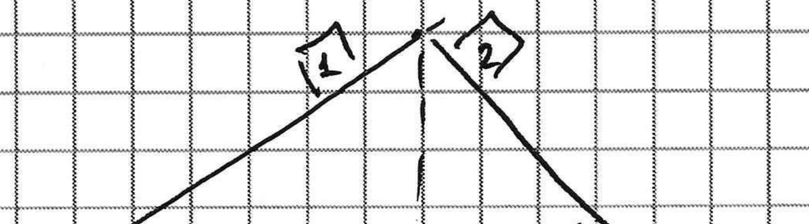
$$\Rightarrow m_{общ} = \Delta m + \frac{p_0 V \mu}{2RT}.$$

Ответ: $m_{общ} = \Delta m + \frac{p_0 V \mu}{2RT}$, при условии отсутствия сконденсированной воды $m_{общ} = 7{,}1$ гр или $\nu_{H_2O} = 0{,}39$ моль.

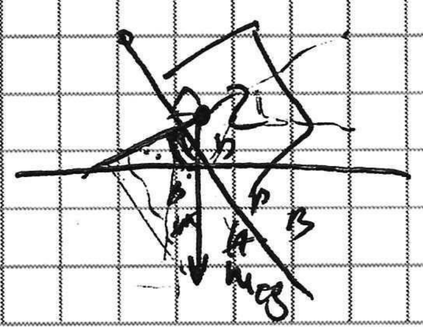
№6 (начало 1 стр)

1) Найдем массу бруска 2. x_n точка опоры $= 0$

действуем силами на систему по оси X, запишем равенство моментов. найдем F_{x_1}, a_{x_2}.



Для начала, на систему действуют нормальные реакции опор $F_{реак}$ брусков.



$\Rightarrow$ y_1: $N_1 = mg\cos\beta$.

далее, для бруска 1 $\Rightarrow$ $F_{тр} = F_{тр} \cdot \sin\beta = mg\cos\beta \sin\beta$.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

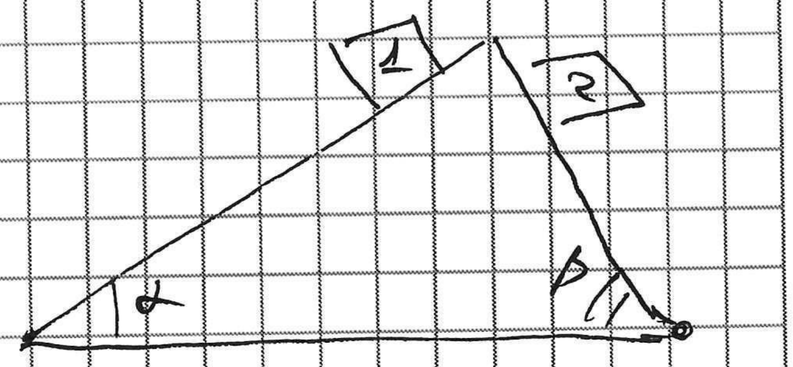
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1.

№6 (продолжение зад)

Изначально: $F_{к_1} = m_1 g \cos\alpha - 8$ ч к.

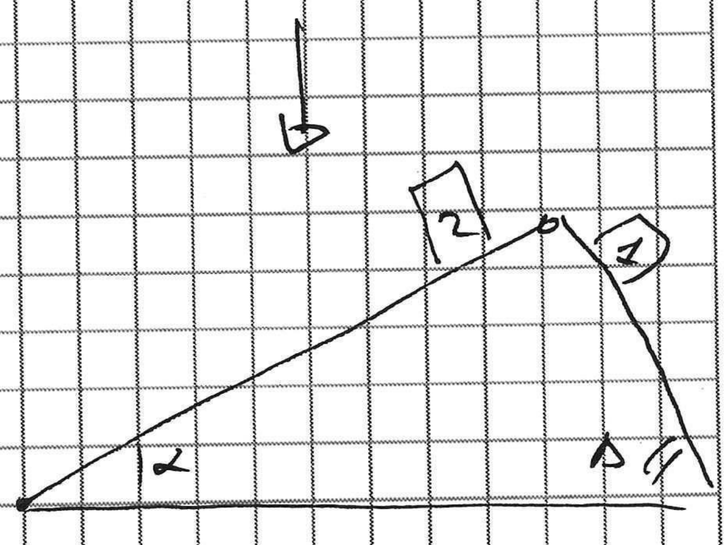
т.к. горка стояла $\Rightarrow F_{к_1} = F_{к_2} = 0$



$m_1 g \cos\alpha - 8$ ч $\alpha = m_2 g \cos\beta - 8$ ч β.

$m_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} m_2$

$m_2 = m_1 \frac{\sqrt{3}}{2}$. Теперь будем



мысленно смещать;

Пусть будет отрезок, когда $F_{сумм-ое}$:

на ось X: $\sum m_2 g \cos\alpha - 8$ ч $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} m \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} mg$ /

$\sum m_1 g \cos\beta - 8$ ч $\beta = mg \frac{1}{2} = \frac{1}{2} mg$ /

$\Rightarrow$ т.к. $F_2 < F_1 = 0$ горка поедет влево!

$\sum ma = \sum F$

$\sum ma = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) mg = \frac{1}{8} mg$ / $= 0$ $a = \frac{1}{16} g$.

Ответ: 1) $m_2 = m \frac{\sqrt{3}}{2}$

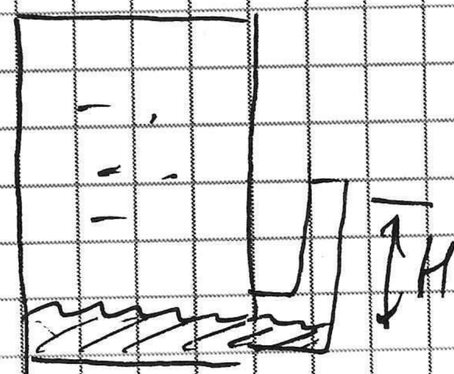
2) $a = \frac{1}{16} g$.

№7 (начало) Рассмотрим данный шлюз,

точно в него заходит вода, и если она

входит т.к. при неизменном объёме $\Gamma P \uparrow = 0$

$\Rightarrow$ при переходе достаточно Γ уровня воды увеличивается,



вытолкнул воду из сосуда.

Изначально $p_1 = p_0$ (т.к. воду вне колбы и внутри колбы сверху удерживает с атмосферой / вытеснена вода из-за условия задачи). По ур-ю Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 V = \frac{m_в}{M} RT = \nu_в RT$$

далее, т.к. вода вытекла $\Rightarrow$ $p_2 = p_0 + \rho g h$.

По ур-ю Менделеева-Клапейрона $p_2 V = \frac{m_г}{M} R(T + \Delta T) = \nu_в R(T + \Delta T)$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{T + \Delta T} = \frac{p_0}{p_0 + \rho g h}$$

$$T(p_0 + \rho g h) - T p_0 = \Delta T \cdot p_0 = 0$$

$$= \Delta\Delta T = T \cdot \frac{\rho g h}{p_0} = 13{,}9\,К, \text{ значит } T_{дн} = T + \Delta T = 18{,}9\,^\circ C.$$

При $T_{дн} > 18{,}9\,^\circ C$ $p_2' > p_2 \Rightarrow$ вода быстро вытечет из колбы, воздуха $T_{дн} < 18{,}9\,^\circ C$ давления не хватит для того, чтобы вытолкнуть воду из сосуда $\Rightarrow$ $T_{дн} \geq 18{,}9\,^\circ C$.

Ответ: $T_{дн} = 18{,}9\,^\circ C$.